2022 年普通高等学校招生全国统一考试（全国甲卷）

数学（文科）

注意事项：

1．答卷前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在答题卡上，并认真核准条形码上的准考证号、姓名、考场号、座位号及科目，在规定的位置贴好条形码。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

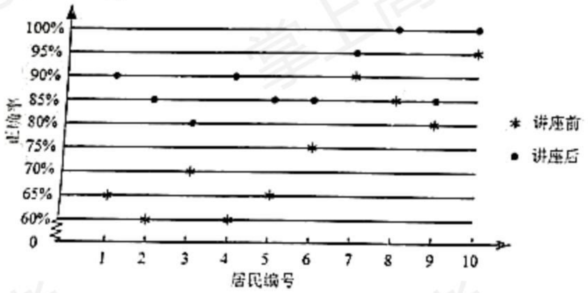
3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设集合 $A=\{-2,-1,0,1,2\}, B=\left\{x|0,, x<\frac{5}{2}\right\}$，则 $A\bigcap B=$（　　）

A．$\{0,1,2\}$　　B．$\{-2,-1,0\}$　　C．$\{0,1\}$　　D．$\{1,2\}$

2．某社区通过公益讲座以普及社区居民的垃圾分类知识．为了解讲座效果，随机抽取 10 位社区居民，让他们在讲座前和讲座后各回答一份垃圾分类知识问卷，这 10 位社区居民在讲座前和讲座后问卷答题的正确率如下图：



则（　　）

A．讲座前问卷答题的正确率的中位数小于 70%

B．讲座后问卷答题的正确率的平均数大于 85%

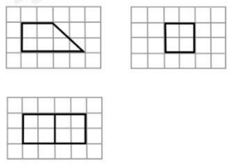
C．讲座前问卷答题的正确率的标准差小于讲座后正确率的标准差

D．讲座后问卷答题的正确率的极差大于讲座前正确率的极差

3．若 $z=1+\mathrm{i}$．则 $|\mathrm{i}z+3\bar{z}|=$（　　）

A．$4\sqrt{5}$　　B．$4\sqrt{2}$　　C．$2\sqrt{5}$　　D．$2\sqrt{2}$

4．如图，网格纸上绘制的是一个多面体的三视图，网格小正方形的边长为 1，则该多面体的体积为（　　）



A．8　　B．12　　C．16　　D．20

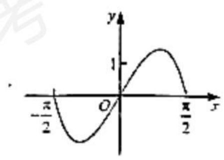
5．将函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$ 的图像向左平移 $\dfrac{\pi}{2}$ 个单位长度后得到曲线 C，若 C 关于 y 轴对称，则 ω 的最小值是（　　）

A．$\dfrac{1}{6}$　　B．$\dfrac{1}{4}$　　C．$\dfrac{1}{3}$　　D．$\dfrac{1}{2}$

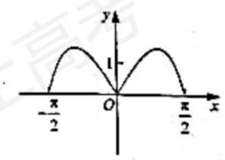
6，从分别写有 1，2，3，4，5，6 的 6 张卡片中无放回随机抽取 2 张，则抽到的 2 张卡片上的数字之积是 4 的倍数的概率为（　　）

A．$\dfrac{1}{5}$　　B．$\dfrac{1}{3}$　　C．$\dfrac{2}{5}$　　D．$\dfrac{2}{3}$

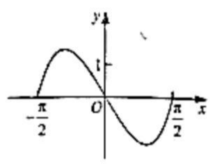
7．函数 $f(x)=\left(3^{x}-3^{-x}\right)\cos x$ 在区间 $\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$ 的图像大致为（　　）



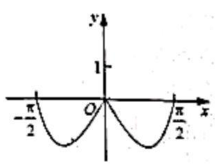
A．



B．



C．



D．

8．当 $x=1$ 时，函数 $f(x)=a\ln x+\dfrac{b}{x}$ 取得最大值 -2，则 $f'(2)=$（　　）

A．-1　　B．$-\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．1

9．在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，已知 B_1D 与平面 $ABCD$ 和平面 AA_1B_1B 所成的角均为 $30°$，则（　　）

A．$AB=2AD$　　B．AB 与平面 AB_1C_1D 所成的角为 $30°$

C．$AC=CB_1$　　D．B_1D 与平面 BB_1C_1C 所成的角为 $45°$

10．甲、乙两个圆锥的母线长相等，侧面展开图的圆心角之和为 2π，侧面积分别为 $S_{甲}$ 和 $S_{乙}$，

体积分别为$V_甲$和$V_乙$．若$\frac{S_甲}{S_乙}=2$，则$\frac{V_甲}{V_乙}=$（　　）

A. $\sqrt{5}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{10}$　　D. $\frac{5\sqrt{10}}{4}$

11. 已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{1}{3}$，$A_1,A_2$分别为$C$的左、右顶点，$B$为$C$的上顶点．若$\overrightarrow{BA_1}\cdot\overrightarrow{BA_2}=-1$，则$C$的方程为（　　）

A. $\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{16}=1$　　B. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$　　C. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$　　D. $\frac{x^2}{2}+y^2=1$

12. 已知$9^m=10,a=10^m-11,b=8^m-9$，则（　　）

A. $a>0>b$　　B. $a>b>0$　　C. $b>a>0$　　D. $b>0>a$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 已知向量$\boldsymbol{a}=(m,3),\boldsymbol{b}=(1,m+1)$．若$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则$m=$____________.

14. 设点M在直线$2x+y-1=0$上，点$(3,0)$和$(0,1)$均在$\odot M$上，则$\odot M$的方程为____________.

15. 记双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的离心率为$e$，写出满足条件“直线$y=2x$与$C$无公共点”的$e$的一个值____________.

16. 已知$\triangle ABC$中，点D在边BC上，$\angle ADB=120°,AD=2,CD=2BD$．当$\frac{AC}{AB}$取得最小值时，$BD=$____________.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共60分。

17.（12分）

甲、乙两城之间的长途客车均由A和B两家公司运营，为了解这两家公司长途客车的运行情况，随机调查了甲、乙两城之间的500个班次，得到下面列联表：

	准点班次数	未准点班次数
A	240	20
B	210	30

（1）根据上表，分别估计这两家公司甲、乙两城之间的长途客车准点的概率；

（2）能否有90%的把握认为甲、乙两城之间的长途客车是否准点与客车所属公司有关？

附：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，

$P(K^2\geq k)$	0.100	0.050	0.010
k	2.706	3.841	6.635

18.（12分）

掌上高考

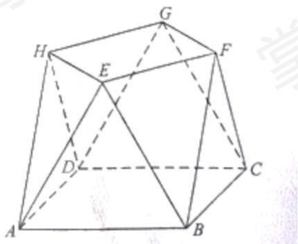
记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和．已知 $\frac{2S_n}{n}+n=2a_n+1$．

（1）证明：$\{a_n\}$ 是等差数列；

（2）若 a_4,a_7,a_9 成等比数列，求 S_n 的最小值．

19．（12 分）

小明同学参加综合实践活动，设计了一个封闭的包装盒，包装盒如图所示：底面 $ABCD$ 是边长为 8（单位：cm）的正方形，$\triangle EAB,\triangle FBC,\triangle GCD,\triangle HDA$ 均为正三角形，且它们所在的平面都与平面 $ABCD$ 垂直．



（1）证明：EF // 平面 $ABCD$；

（2）求该包装盒的容积（不计包装盒材料的厚度）．

20．（12 分）

已知函数 $f(x)=x^3-x,g(x)=x^2+a$，曲线 $y=f(x)$ 在点 $\left(x_1,f\left(x_1\right)\right)$ 处的切线也是曲线 $y=g(x)$ 的切线．

（1）若 $x_1=-1$，求 a；

（2）求 a 的取值范围．

21．（12 分）

设抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，点 $D(p,0)$，过 F 的直线交 C 于 M，N 两点．当直线 MD 垂直于 x 轴时，$|MF|=3$．

（1）求 C 的方程；

（2）设直线 MD,ND 与 C 的另一个交点分别为 A，B，记直线 MN,AB 的倾斜角分别为 α,β．当 $\alpha-\beta$ 取得最大值时，求直线 AB 的方程．

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22．[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=\dfrac{2+t}{6}\\ y=\sqrt{t}\end{cases}$（$t$ 为参数），曲线 C_2 的参数方程为

$\begin{cases}x=-\dfrac{2+s}{6}\\ y=-\sqrt{s}\end{cases}$（$s$ 为参数）．

（1）写出 C_1 的普通方程；

（2）以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_3 的极坐标方程为 $2\cos\theta-\sin\theta=0$，求 C_3 与 C_1 交点的直角坐标，及 C_3 与 C_2 交点的直角坐标.

23．[选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

已知 a,b,c 均为正数，且 $a^2+b^2+4c^2=3$，证明：

（1）$a+b+2c,, 3$

（2）若 $b=2c$，则 $\frac{1}{a}+\frac{1}{c}..3$.

掌上高考