

# 2021 年全国统一高考数学试卷（文科）

## （全国乙卷）

使用范围：安徽、河南、陕西、山西、江西、甘肃、黑龙江、吉林、宁夏、青海、新疆、内蒙古

注意事项：

1. 答题前，务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上.
2. 答选择题时，必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其它答案标号.
3. 答非选择题时，必须使用 0.5 毫米黑色签字笔，将答案书写在答题卡规定的位置上.
4. 所有题目必须在答题卡上作答，在试题卷上答题无效.
5. 考试结束后，只将答题卡交回.

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，集合  $M = \{1, 2\}$ ， $N = \{3, 4\}$ ，则  $\complement_U(M \cup N) =$

- A.  $\{5\}$
- B.  $\{1, 2\}$
- C.  $\{3, 4\}$
- D.  $\{1, 2, 3, 4\}$

【答案】A

由  $M = \{1, 2\}$ ， $N = \{3, 4\}$ ，所以  $M \cup N = \{1, 2, 3, 4\}$ ，

所以  $\complement_U(M \cup N) = \{5\}$ ，故选 A.

2. 设  $iz = 4 + 3i$ ，则  $z =$

- A.  $-3 - 4i$
- B.  $-3 + 4i$
- C.  $3 - 4i$
- D.  $3 + 4i$

【答案】C

在等式  $iz = 4 + 3i$  两边同时乘  $i$  得， $-z = 4i - 3$ ，所以

$z = 3 - 4i$ ，故选为 C.

3. 已知命题  $p: \exists x \in \mathbf{R}$ ， $\sin x < 1$ ；命题  $q: \forall x \in \mathbf{R}$ ， $e^{|x|} \geq 1$ ，则下列命题中为真命题的是

- A.  $p \wedge q$
- B.  $\neg p \wedge q$
- C.  $p \wedge \neg q$
- D.  $\neg(p \vee q)$

【答案】A

由已知可得命题  $p$  为真命题，命题  $q$  为真命题，所以

$p \wedge q$  为真命题，故选 A.

4. 函数  $f(x) = \sin \frac{x}{3} + \cos \frac{x}{3}$  的最小正周期和最大值分别是

- A.  $3\pi$  和  $\sqrt{2}$
- B.  $3\pi$  和 2
- C.  $6\pi$  和  $\sqrt{2}$
- D.  $6\pi$  和 2

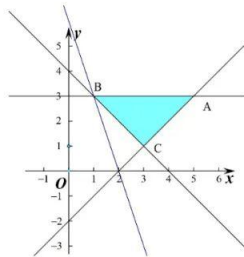
【答案】C

5. 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+y \geq 4, \\ x-y \leq 2, \\ y \leq 3, \end{cases}$  则  $z=3x+y$  的最小值为

- A. 18  
B. 10  
C. 6  
D. 4

【答案】C

由约束条件可得可行域如图所示，当直线  $z=3x+y$  过点  $B(1,3)$  时， $z$  取最小值为 6，故选 C.



6.  $\cos^2 \frac{\pi}{12} - \cos^2 \frac{5\pi}{12} = ( \quad )$

- A.  $\frac{1}{2}$   
B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】D

由题意可知

$$\cos^2 \frac{\pi}{12} - \cos^2 \frac{5\pi}{12} = \cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

7. 在区间  $(0, \frac{1}{2})$  随机取 1 个数，则取到的数小于  $\frac{1}{3}$  的概率为 ( )

- A.  $\frac{3}{4}$   
B.  $\frac{2}{3}$   
C.  $\frac{1}{3}$   
D.  $\frac{1}{6}$

【答案】B

由题意可知，本题是几何概型，测度为长度

$$P(A) = \frac{\frac{1}{3} - 0}{\frac{1}{2} - 0} = \frac{2}{3}.$$

8. 下列函数最小值为 4 的是 ( )

- A.  $y = x^2 + 2x + 4$   
B.  $y = |\sin x| + \frac{4}{|\sin x|}$   
C.  $y = 2^x + 2^{2-x}$   
D.  $y = \ln x + \frac{4}{\ln x}$

【答案】C

由题意可知 A 的最小值为 3，B 的等号成立条件不成立，D 无最小值.

9. 设函数  $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ ，则下列函数中为奇函数的是 ( )

- A.  $f(x-1)-1$   
B.  $f(x-1)+1$   
C.  $f(x+1)-1$   
D.  $f(x+1)+1$

【答案】B

由题意可知  $f(x) = \frac{1-x}{1+x} = -1 + \frac{2}{1+x}$ ,  $f(x)$  向右平移 1 个单位, 向上平移一个单位即得到  $g(x) = \frac{2}{x}$  为奇函数, 所以选 B

10. 在正方体  $ABCB-A_1B_1C_1D_1$  中,  $P$  为  $B_1D_1$  的中点, 则直线  $PB$  与  $AD_1$  所成角为

( )

A.  $\frac{\pi}{2}$

B.  $\frac{\pi}{3}$

C.  $\frac{\pi}{4}$

D.  $\frac{\pi}{6}$

【答案】D

由题意可知, 连接  $BP$ ,  $BC_1$ ,  $PC_1$  则  $BP$ ,  $BC_1$

所成角即为所求角  $\theta$ . 设  $AB=2$ ,

则  $BP = \sqrt{6}$ ,  $BC_1 = 2\sqrt{2}$ ,  $PC_1 = \sqrt{2}$ ,

由余弦定理可知  $\cos \theta = \frac{BP^2 + BC_1^2 - C_1P^2}{2BP \cdot BC_1} = \frac{6+8-2}{2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , 所以夹角为  $\frac{\pi}{6}$ .

11. 设  $B$  是椭圆  $C: \frac{x^2}{5} + y^2 = 1$  的上顶点, 点  $P$  在  $C$  上, 则  $|PB|$  的最大值为

A.  $\frac{5}{2}$

B.  $\sqrt{6}$

C.  $\sqrt{5}$

D. 2

【答案】A

由  $P$  在  $C$  上, 设  $P(x_0, y_0)$ , 且  $\frac{x_0^2}{5} + y_0^2 = 1$ ,  $B(0,1)$ ,

因此  $|PB|^2 = x_0^2 + (y_0 - 1)^2$

由  $\frac{x_0^2}{5} + y_0^2 = 1$ ,  $x_0^2 = 5 - 5y_0^2$ ,  $y_0 \in [-1,1]$ , 代入上式得  $|PB|^2 = 5 - 5y_0^2 + (y_0 - 1)^2$

化简得  $|PB|^2 = -4(y_0 + \frac{1}{4})^2 + \frac{25}{4}$ ,  $y_0 \in [-1,1]$ . 因此当且仅当  $y_0 = -\frac{1}{4}$  时,  $|PB|$  的最大

值为  $\frac{5}{2}$ . 故答案选 A.

12. 设  $a \neq 0$ , 若  $x = a$  为函数  $f(x) = a(x-a)^2(x-b)$  的极大值点, 则

A.  $a < b$

B.  $a > b$

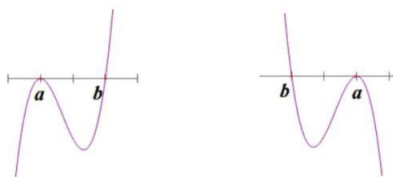
C.  $ab < a^2$

D.  $ab > a^2$

【答案】D

当  $a > 0$ ,  $f(x)$  大致图像如下图左所示, 易得  $b > a > 0$ .

当  $a < 0$ ,  $f(x)$  大致图像如下图右所示, 易得  $0 > a > b$ .



综上所述, 得  $ab > a^2$ , 故答案选 D.

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知向量  $a = (2,5)$ ,  $b = (\lambda,4)$ , 若  $a \parallel b$ , 则  $\lambda =$  \_\_\_\_\_.

【答案】 $\frac{8}{5}$

由已知,  $a//b$ , 则  $2 \times 4 = 5\lambda$ , 故  $\lambda = \frac{8}{5}$

14. 双曲线  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$  的右焦点到直线  $x + 2y - 8 = 0$  的距离为\_\_\_\_\_.

【答案】  $\sqrt{5}$

由题意可知, 双曲线的右焦点坐标为  $(3, 0)$ , 由点到

直线的距离公式得  $d = \frac{|3 + 2 \times 0 - 8|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \sqrt{5}$ .

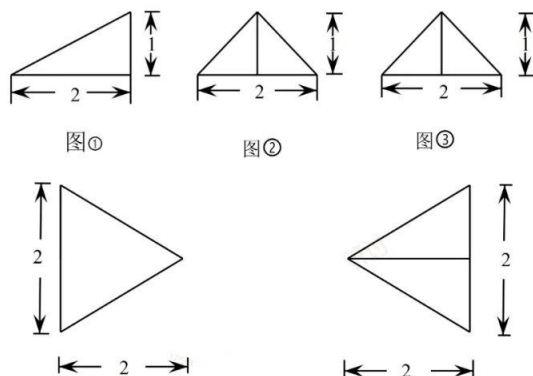
15. 记  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 面积为  $\sqrt{3}$ ,  $B = 60^\circ$ ,  $a^2 + b^2 = 3ac$ , 则  $b =$ \_\_\_\_\_.

【答案】  $2\sqrt{2}$

由面积公式  $\frac{1}{2}ac \sin B = \sqrt{3}$ , 则  $ac = 4$ , 由余弦定理得,

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B = 12 - 2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 8$ , 所以  $b = 2\sqrt{2}$ .

16. 以图①为正视图, 在图②③④⑤中选择两个分别作为侧视图和俯视图, 组成某个三棱锥的三视图, 则所选侧视图和俯视图的编号依次为\_\_\_\_\_ (写出符合要求的一组答案即可).



【答案】 ③④或②⑤

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 共 60 分。

17. (12 分)

17. (12 分)

某厂研制了一种生产高精产品的设备, 为检验新设备生产产品的某项指标有无提高, 用一台旧设备和一台新设备各生产了 10 件产品, 得到各件产品该项指标数据如下:

旧设备	9.8	10.3	10.0	10.2	9.9	9.8	10.0	10.1	10.2	9.7
新设备	10.1	10.4	10.1	10.0	10.1	10.3	10.6	10.5	10.4	10.5

旧设备和新设备生产产品的该项指标的样本平均数分别记为  $\bar{x}$  和  $\bar{y}$ , 样本方差分别记为  $s_1^2$  和  $s_2^2$ .

(1) 求  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ ,  $s_1^2$ ,  $s_2^2$ ;

(2) 判断新设备生产产品的该项指标的均值较旧设备是否有显著提高 (如果

$\bar{y} - \bar{x} \geq 2\sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2}{10}}$ , 则认为新设备生产产品的该项指标的均值较旧设备有显著提高,

否则不认为有显著提高)。

【解析】(1) 由表中的数据可得:

$$\bar{x} = \frac{9.8+10.3+10.0+10.2+9.9+9.8+10.0+10.1+10.2+9.7}{10} = 10,$$

$$\bar{y} = \frac{10.1+10.4+10.1+10.0+10.1+10.3+10.6+10.5+10.4+10.5}{10} = 10.3,$$

$$s_1^2 = \frac{1}{10}[(9.8-10)^2 + (10.3-10)^2 + (10.0-10)^2 + (10.2-10)^2 + (9.9-10)^2 + (9.8-10)^2 + (10.0-10)^2 + (10.1-10)^2 + (10.2-10)^2 + (9.7-10)^2] = 0.036$$

$$s_2^2 = \frac{1}{10}[(10.1-10.3)^2 + (10.4-10.3)^2 + (10.1-10.3)^2 + (10.0-10.3)^2 + (10.1-10.3)^2 + (10.3-10.3)^2 + (10.6-10.3)^2 + (10.5-10.3)^2 + (10.4-10.3)^2 + (10.5-10.3)^2] = 0.04$$

(2) 由(1)中的数据可得  $\bar{y} - \bar{x} = 10.3 - 10 = 0.3$ ,

$$2\sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2}{10}} = 2\sqrt{\frac{0.036 + 0.04}{10}} = 2\sqrt{0.0076}$$

则  $0.3 = \sqrt{0.09} > 2\sqrt{0.0076} = \sqrt{0.0304}$ , 所以可判断新设备生产产品的该项指标的均值较旧设备有显著提高.

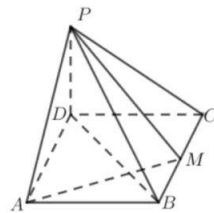
18. (12分)

如图, 四棱锥  $P-ABCD$  的底面是矩形,  $PD \perp$  底面  $ABCD$ ,  $M$  为  $BC$  的中点, 且  $PB \perp AM$ .

(1) 证明: 平面  $PAM \perp$  平面  $PBD$ ;

(2) 若  $PD = DC = 1$ , 求四棱锥  $P-ABCD$  的体积.

【答案】(1) 见解析; (2)  $V_{P-ABCD} = \frac{\sqrt{2}}{3}$



(1) 证明:  $\because PD \perp$  平面  $ABCD$ ,

$AM \subset$  平面  $ABCD$ ,

$\therefore PD \perp AM$ .

$\because PD \perp AM$ ,  $PB \perp AM$ ,  $PB \cap PD = D$ ,  $PB \subset$  平面  $PBD$ ,  $PD \subset$  平面  $PBD$ ,

$\therefore AM \perp$  平面  $PBD$ .

又  $\because AM \subset$  平面  $PAM$ ,

$\therefore$  平面  $PAM \perp$  平面  $PBD$ .

(2)  $\because M$  为  $BC$  的中点,  $\therefore BM = \frac{1}{2}AD$  且  $AB = DC = 1$  ①.

$\because AM \perp$  平面  $PBD$ ,  $BD \subset$  平面  $PBD$ ,  $\therefore AM \perp BD$ .

则有  $\angle BAM + \angle MAD = 90^\circ$ ,  $\angle MAD + \angle ADB = 90^\circ$ , 即  $\angle BAM = \angle ADB$ ,

则有  $\triangle BAM \sim \triangle ADB$ , 则有  $\frac{BM}{AB} = \frac{AB}{DA}$ , 即  $\frac{BM}{AB} = \frac{AB}{DA}$ , 将①式代入, 解得  $AD = \sqrt{2}$ .

所以  $S_{\square ABCD} = AD \cdot DC = \sqrt{2} \times 1 = \sqrt{2}$ ,

$$V_{P-ABCD} = \frac{1}{3} S_{\square ABCD} \cdot PD = \frac{1}{3} \times \sqrt{2} \times 1 = \frac{\sqrt{2}}{3}.$$

19. (12分)

19. (12分) 设  $\{a_n\}$  是首项为 1 的等比数列, 数列  $\{b_n\}$  满足  $b_n = \frac{na_n}{3}$ . 已知  $a_1, 3a_2, 9a_3$  成等差数列.

(1) 求  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  的通项公式;

(2) 记  $S_n, T_n$  分别为  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和. 证明:  $T_n < \frac{S_n}{2}$ .

【答案】(1)  $|OP|=\sqrt{3}$ ; (2)  $x+y+z=1$

设  $\{a_n\}$  的公比为  $q$ , 则  $a_n=q^{n-1}$ ,

因为  $a_1, 3a_2, 9a_3$  成等差数列, 所以  $1+9q^2=2 \times 3q$ , 解得  $q=\frac{1}{3}$ ,

$$\text{故 } a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}, \quad S_n = \frac{1 - \frac{1}{3^n}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{2} \left(1 - \frac{1}{3^n}\right).$$

$$\text{又 } b_n = \frac{n}{3^n}, \quad \text{则 } T_n = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \cdots + \frac{n-1}{3^{n-1}} + \frac{n}{3^n},$$

$$\text{两边同乘 } \frac{1}{3}, \quad \text{则 } \frac{1}{3}T_n = \frac{1}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \frac{3}{3^4} + \cdots + \frac{n-1}{3^n} + \frac{n}{3^{n+1}},$$

$$\text{两式相减, 得 } \frac{2}{3}T_n = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \cdots + \frac{1}{3^n} - \frac{n}{3^{n+1}},$$

$$\text{即 } \frac{2}{3}T_n = \frac{\frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{3^n}\right)}{1 - \frac{1}{3}} - \frac{n}{3^{n+1}} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3^n}\right) - \frac{n}{3^{n+1}},$$

$$\text{整理得 } T_n = \frac{3}{4} \left(1 - \frac{1}{3^n}\right) - \frac{n}{2 \times 3^n} = \frac{3}{4} - \frac{2n+3}{2 \times 3^n},$$

$$2T_n - S_n = 2 \left(\frac{3}{4} - \frac{2n+3}{2 \times 3^n}\right) - \frac{3}{2} \left(1 - \frac{1}{3^n}\right) = -\frac{4n+3}{2 \times 3^n} < 0,$$

$$\text{故 } T_n < \frac{S_n}{2}.$$

20. (12分)

已知抛物线  $C: y^2=2px (p>0)$  的焦点  $F$  到准线的距离为 2.

(1) 求  $C$  的方程;

(2) 已知  $O$  为坐标原点, 点  $P$  在  $C$  上, 点  $Q$  满足  $\overrightarrow{PQ}=9\overrightarrow{QF}$ , 求直线  $OQ$  斜率的最大值.

【答案】(1)  $y^2=4x$ ; (2)  $x+y+z=1$

(1) 在抛物线中, 焦点  $F$  到准线的距离为  $p$ , 故  $p=2$ ,

$$y^2=4x$$

(2) 设点  $P(x_1, y_1)$ ,  $Q(x_2, y_2)$ ,  $F(1, 0)$

$$\text{则 } \overrightarrow{PQ} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1), \quad \overrightarrow{QF} = (1 - x_2, -y_2)$$

$$\text{因为 } \overrightarrow{PQ} = 9\overrightarrow{QF}, \quad \text{所以 } x_2 - x_1 = 9(1 - x_2), \quad y_2 - y_1 = -9y_2$$

$$\text{那么 } x_1 = 10x_2 - 9, \quad y_1 = 10y_2$$

又因为点在  $P$  抛物线上,  $y_1^2=4x_1$ , 所以  $(10y_2)^2=4(10x_2-9)$ , 则点  $Q$  的轨迹方程

$$y^2 = \frac{2}{5}x - \frac{9}{25}$$

设直线  $OQ$  方程为  $y=kx$ , 当直线  $OQ$  和曲线  $y^2 = \frac{2}{5}x - \frac{9}{25}$  相切时, 斜率最大,

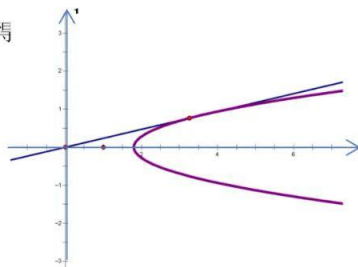
$$\text{联立直线与曲线方程, 此时 } k^2x^2 = \frac{2}{5}x - \frac{9}{25}, \quad \text{得 } k^2x^2 - \frac{2}{5}x + \frac{9}{25} = 0,$$

$$\text{相切时, } \Delta=0, \quad \left(-\frac{2}{5}\right)^2 - 4k^2 \cdot \frac{9}{25} = 0, \quad \text{解得}$$

所以直线  $OQ$  斜率的最大值为  $\frac{1}{3}$ .

21. (12分)

已知函数  $f(x) = x^3 - x^2 + ax + 1$ .



(1) 讨论  $f(x)$  的单调性;

(2) 求曲线  $y=f(x)$  过坐标原点的切线与曲线  $y=f(x)$  的公共点的坐标.

**【答案】** (1), 当  $a \geq \frac{1}{3}$  时,  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上单调递增;

当  $a < \frac{1}{3}$  时,  $f(x)$  在  $(-\infty, \frac{1-\sqrt{1-3a}}{3})$  上单调递增, 在  $(\frac{1-\sqrt{1-3a}}{3}, \frac{1+\sqrt{1-3a}}{3})$  上单调递减, 在  $(\frac{1+\sqrt{1-3a}}{3}, +\infty)$  上单调递增;

(2)  $(1, 1+a)$  和  $(-1, -1-a)$

函数  $f(x) = x^3 - x^2 + ax + 1$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 其导数为

$$f'(x) = 3x^2 - 2x + a.$$

① 当  $a \geq \frac{1}{3}$  时, 方程  $f'(x) = 0$  至多有一解,  $f'(x) \geq 0$ ,  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上单调递增;

② 当  $a < \frac{1}{3}$  时, 若  $f'(x) = 0$ , 即  $3x^2 - 2x + a = 0$ ,

此时方程  $3x^2 - 2x + a = 0$  有两根:  $x_1 = \frac{1-\sqrt{1-3a}}{3}$ ,  $x_2 = \frac{1+\sqrt{1-3a}}{3}$ .

$f'(x) > 0$  时,  $x < x_1$  或  $x > x_2$ ;  $f'(x) < 0$  时,  $x_1 < x < x_2$ .

$f(x)$  在  $(-\infty, x_1)$  上单调递增, 在  $(x_1, x_2)$  上单调递减, 在  $(x_2, +\infty)$  上单调递增.

所以, 当  $a \geq \frac{1}{3}$  时,  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上单调递增;

当  $a < \frac{1}{3}$  时,  $f(x)$  在  $(-\infty, \frac{1-\sqrt{1-3a}}{3})$  上单调递增, 在  $(\frac{1-\sqrt{1-3a}}{3}, \frac{1+\sqrt{1-3a}}{3})$  上单调递减, 在  $(\frac{1+\sqrt{1-3a}}{3}, +\infty)$  上单调递增.

(2) 记曲线  $y=f(x)$  过坐标原点的切线为  $l$ , 切点为  $P(x_0, x_0^3 - x_0^2 + ax_0 + 1)$ .

$$f'(x_0) = 3x_0^2 - 2x_0 + a$$

所以切线  $l$  的方程为  $y - (x_0^3 - x_0^2 + ax_0 + 1) = (3x_0^2 - 2x_0 + a)(x - x_0)$

又  $l$  过坐标原点, 则  $2x_0^3 - x_0^2 - 1 = 0$ , 解得  $x_0 = 1$

所以切线  $l$  的方程为  $y = (1+a)x$

若  $x^3 - x^2 + ax + 1 = (1+a)x$ , 则有方程  $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$

解得  $x = 1$  或  $x = -1$

所以曲线  $y=f(x)$  过坐标原点的切线与曲线  $y=f(x)$  的公共点的坐标为  $(1, 1+a)$  和

$(-1, -1-a)$ .

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标  $xOy$  中,  $\odot C$  的圆心为  $C(2, 1)$ , 半径为 1.

(1) 写出  $\odot C$  的一个参数方程;

(2) 过点  $F(4, 1)$  作  $\odot C$  的两条切线. 以坐标原点为极点,  $x$  正半轴为极轴建立极坐标系, 求这两条切线的极坐标方程.

**【答案】** 见解析

(1)  $\odot C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2 + \cos \theta \\ y = 1 + \sin \theta \end{cases}$  ( $\theta$  为参数)

(2)  $\odot C$  的方程为  $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$

①当直线斜率不存在时，直线方程为 $x=4$ ，此时圆心到直线距离为 $2>r$ ，舍去；

②当直线斜率存在时，设直线方程为 $y-1=k(x-4)$ ，化简为 $kx-y-4k+1=0$ ，

此时圆心 $C(2,1)$ 到直线的距离为 $d=\frac{|2k-1-4k+1|}{\sqrt{k^2+1}}=r=1$ ，

化简得 $2|k|=\sqrt{k^2+1}$ ，

两边平方有 $4k^2=k^2+1$ ，所以 $k=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

代入直线方程并化简得 $x-\sqrt{3}y+\sqrt{3}-4=0$ 或 $x+\sqrt{3}y-\sqrt{3}-4=0$ 化为极坐标方程为

$$\rho\cos\theta-\sqrt{3}\rho\sin\theta=4-\sqrt{3}\Leftrightarrow\rho\sin\left(\theta+\frac{5\pi}{6}\right)=4-\sqrt{3}$$

$$\text{或}\rho\cos\theta+\sqrt{3}\rho\sin\theta=4+\sqrt{3}\Leftrightarrow\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=4+\sqrt{3}$$

23. [选修选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x)=|x-a|+|x+3|$

(1) 当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x)\geq 6$ 的解集；

(2) 若 $f(x)>-a$ ，求 $a$ 的取值范围.

**【答案】**(1)  $(-\infty,-4]\cup[2,+\infty)$ ；(2)  $a\in(-\frac{3}{2},+\infty)$

(1) 当 $a=1$ 时， $f(x)\geq 6\Leftrightarrow|x-1|+|x+3|\geq 6$ ，

当 $x\leq-3$ 时，不等式 $\Leftrightarrow 1-x-x-3\geq 6$ ，解得 $x\leq-4$ ；

当 $-3<x<1$ 时，不等式 $\Leftrightarrow 1-x+x+3\geq 6$ ，解得 $x\in\emptyset$ ；

当 $x\geq 1$ 时，不等式 $\Leftrightarrow x-1+x+3\geq 6$ ，解得 $x\geq 2$ 。

综上，原不等式的解集为 $(-\infty,-4]\cup[2,+\infty)$ 。

(2) 若 $f(x)>-a$ ，即 $f(x)_{\min}>-a$ ，

因为 $f(x)=|x-a|+|x+3|\geq|(x-a)-(x+3)|=|a+3|$  (当且仅当 $(x-a)(x+3)$

$\leq 0$ 时，等号成立)，所以 $f(x)_{\min}=|a+3|$ ，所以 $|a+3|>-a$ ，即 $a+3<a$ 或

$a+3>-a$ ，解得 $a\in(-\frac{3}{2},+\infty)$ 。