2021年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学乙卷

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.设 $2(z+\bar{z})+3(z-\bar{z})=4+6i$，则 z=( ).

A. 1-2i

B. 1+2i

C. 1+i

D. 1-i

2.已知集合 $S=\{s|s=2n+1,n\in Z\}$，$T=\{t|t=4n+1,n\in Z\}$，则 $S\cap T$=( )

A. ∅

B. S

C. T

D. Z

3.已知命题 p：$\exists x\in R$，$\sin x<1$；命题 q：$\forall x\in R$，$e^{|x|}\geq 1$，则下列命题中为真命题的是（ ）

A. $p\wedge q$

B. $\neg p\wedge q$

C. $p\wedge\neg q$

D. $\neg(p\vee q)$

4.设函数 $f(x)=\frac{1-x}{1+x}$，则下列函数中为奇函数的是（ ）

A. $f(x-1)-1$

B. $f(x-1)+1$

C. f(x+1)-1

D. f(x+1)+1

5. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，P 为 B_1D_1 的中点，则直线 PB 与 AD_1 所成的角为（ ）

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{6}$

6. 将 5 名北京冬奥会志愿者分配到花样滑冰、短道速滑、冰球和冰壶 4 个项目进行培训，每名志愿者只分到 1 个项目，每个项目至少分配 1 名志愿者，则不同的分配方案共有（ ）

A. 60 种

B. 120 种

C. 240 种

D. 480 种

7. 把函数 y=f(x) 图象上所有点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$倍，纵坐标不变，再把所得曲线向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度，得到函数 $y=\sin(x-\frac{\pi}{4})$ 的图像，则 f(x)=（ ）

A. $\sin(\frac{x}{2}-\frac{7\pi}{12})$

B. $\sin(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{12})$

C. $\sin(2x-\frac{7\pi}{12})$

D. $\sin(2x+\frac{\pi}{12})$

8. 在区间（0,1）与（1,2）中各随机取 1 个数，则两数之和大于$\frac{7}{4}$的概率为（ ）

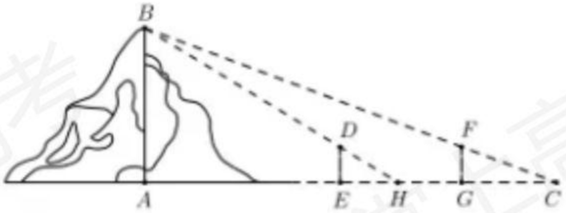
A. $\frac{7}{4}$

B. $\frac{23}{32}$

C. $\frac{9}{32}$

D. $\frac{2}{9}$

9. 魏晋时期刘徽撰写的《海岛算经》是关于测量的数学著作，其中第一题是测量海盗的高。如图，点 E,H,G 在水平线 AC 上，DE 和 FG 是两个垂直于水平面且等高的测量标杆的高度，称为“表高”，EG 称为“表距”，GC 和 EH 都称为“表目距”，GC 与 EH 的差称为“表目距的差”。则海岛的高 AB=（ ）.



(第 9 题图)

A：$\frac{表高\times表距}{表目距的差}+表高$

B：$\frac{表高\times表距}{表目距的差}-表高$

C：$\frac{表高\times表距}{表目距的差}+表距$

D：$\frac{表高\times表距}{表目距的差}-表距$

10. 设 a≠0，若 x=a 为函数 $f(x)=a(x-a)^2(x-b)$的极大值点，则（ ）.

A：a＜b

B：a＞b

C：$ab<a^2$

D：$ab>a^2$

11. 设 B 是椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的上顶点，若 C 上的任意一点 P 都满足$|PB|\le 2b$，则 C 的离心率的取值范围是（ ）.

A：$\left[\frac{\sqrt{2}}{2},1\right)$

B：$\left[\frac{1}{2},1\right)$

C：$\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

D：$\left(0,\frac{1}{2}\right]$

12. 设 $a=2\ln 1.01$，$b=\ln 1.02$，$c=\sqrt{1.04}-1$，则（ ）.

A：a＜b＜c

B：b＜c＜a

C：b＜a＜c

D：c＜a＜b

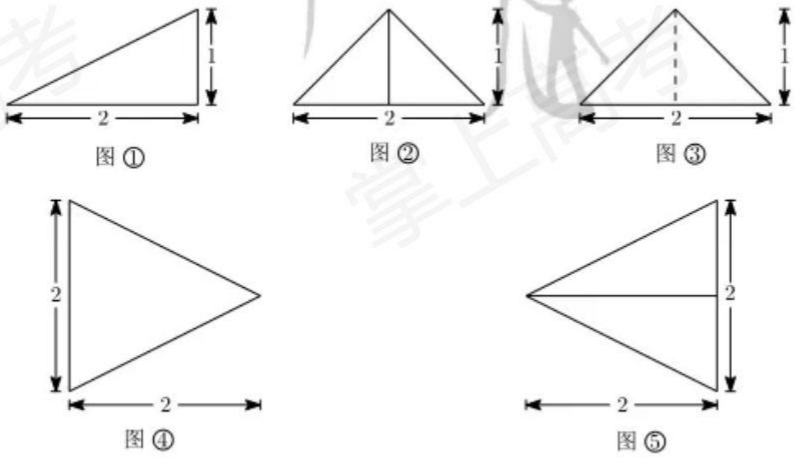
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知双曲线 C：$\frac{x^2}{m}-y^2=1$（m>0）的一条渐近线为$\sqrt{3}x+my=0$，则 C 的焦距为__________.

14. 已知向量 $\mathbf{a}$=（1，3），$\mathbf{b}$=（3，4），若（$\mathbf{a}-\lambda\mathbf{b}$）⊥$\mathbf{b}$，则 λ=____________。

15. 记△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，面积为$\sqrt{3}$，B=60°，$a^2+c^2=3ac$，则 b=___________.

16. 以图①为正视图和俯视图，在图②③④⑤中选两个分别作为侧视图和俯视图，组成某个三棱锥的三视图，则所选侧视图和俯视图的编号依次为___________（写出符合要求的一组答案即可）.



(第 16 题图)

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17-21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（12 分）

某厂研究了一种生产高精产品的设备，为检验新设备生产产品的某项指标有无提高，用一台旧设备和一台新设备各生产了 10 件产品，得到各件产品该项指标数据如下：

旧设备	9.8	10.3	10.0	10.2	9.9	9.8	10.0	10.1	10.2	9.7
新设备	10.1	10.4	10.1	10.0	10.1	10.3	10.6	10.5	10.4	10.5

旧设备和新设备生产产品的该项指标的样本平均数分别记为$\bar{x}$和$\bar{y}$，样本方差分别记为 s_1^2 和 s_2^2

（1） 求$\bar{x}$，$\bar{y}$， s_1^2，s_2^2；

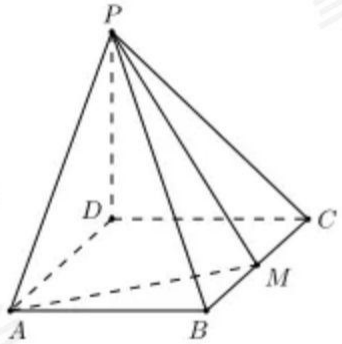
（2） 判断新设备生产产品的该项指标的均值较旧设备是否有显著提高（如果 $\bar{y}-\bar{x}\geqslant 2\sqrt{\frac{s_1^2+s_2^2}{2}}$，则认为新设备生产产品的该项指标的均值较旧设备有显著提高，否则不认为有显著提高）.

18.(12 分)

如图，四棱锥 P-ABCD 的底面是矩形，PD⊥底面 ABCD，PD=DC=1，M 为 BC 的中点，且 PB⊥AM，

（1） 求 BC；

（2） 求二面角 A-PM-B 的正弦值。



(第 18 题图)

19.（12 分）

记 S_n 为数列$\{a_n\}$的前 n 项和，b_n 为数列$\{S_n\}$的前 n 项积，已知$\frac{2}{S_n}+\frac{1}{b_n}=2$.

（1） 证明：数列$\{b_n\}$是等差数列；

（2） 求$\{a_n\}$的通项公式.

20.（12 分）

设函数 f（x）=ln（a-x），已知 x=0 是函数 y=xf（x）的极值点。

（1） 求 a；

（2） 设函数 g（x）=$\frac{x+f(x)}{xf(x)}$，证明：g（x）＜1.

21.（12 分）

已知抛物线 C：$x^2=2py$（p＞0）的焦点为 F，且 F 与圆 M：$x^2+(y+4)^2=1$ 上点的距离的最小值为 4.

（1）求 p；

（2）若点 P 在 M 上，PA,PB 是 C 的两条切线，A,B 是切点，求ΔPAB 的最大值.

（二）选考题：共 10 分，请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.［选修 4 一 4：坐标系与参数方程］（10 分）

在直角坐标系 x0y 中，⊙C 的圆心为 C（2，1），半径为 1.

（1）写出⊙C 的一个参数方程；的极坐标方程化为直角坐标方程；

（2）过点 F（4,1）作⊙C 的两条切线，以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，求这两条直线的极坐标方程.

23.［选修 4 一 5：不等式选讲］（10 分）

已知函数 f（x）=|x-a|+|x+3|.

（1）当 a=1 时，求不等式 f（x）≥6 的解集；

（2）若 f（x）≥ —a，求 a 的取值范围.