

绝密★启用前

2021年普通高等学校招生全国统一考试（甲卷）

文科数学

注意事项：

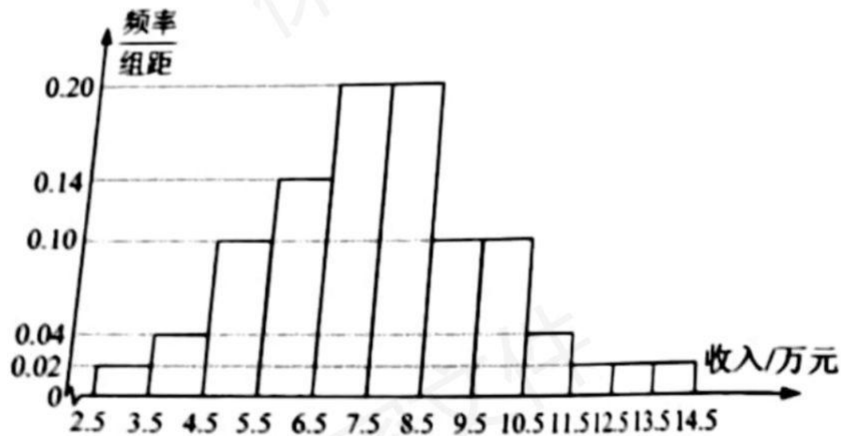
1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $M = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $N = \{x | 2x > 7\}$, 则 $M \cap N =$

- A. $\{7, 9\}$ B. $\{5, 7, 9\}$ C. $\{3, 5, 7, 9\}$ D. $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

2. 为了解某地农村经济情况，对该地农户家庭年收入进行抽样调查，将农户家庭年收入的调查数据整理得到如下频率分布直方图：



根据此频率分布直方图，下面结论中不正确的是

- A. 该地农户家庭年收入低于 4.5 万元的农户比率估计为 6%
- B. 该地农户家庭年收入不低于 10.5 万元的农户比率估计为 10%
- C. 估计该地农户家庭年收入的平均值不超过 6.5 万元
- D. 估计该地有一半以上的农户，其家庭年收入介于 4.5 万元至 8.5 万元之间

3. 已知 $(1-i)^2 z = 3+2i$, 则 $z =$

- A. $-1-\frac{3}{2}i$ B. $-1+\frac{3}{2}i$ C. $-\frac{3}{2}+i$ D. $-\frac{3}{2}-i$

4. 下列函数中是增函数的为

- A. $f(x) = -x$ B. $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ C. $f(x) = x^2$ D. $f(x) = \sqrt[3]{x}$

5. 点 $(3,0)$ 到双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的一条渐近线的距离为

- A. $\frac{9}{5}$ B. $\frac{8}{5}$ C. $\frac{6}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

6. 青少年视力是社会普遍关注的问题，视力情况可借助视力表测量。通常用五分记录法和小数记录法记录视力数据，五分记录法的数据 L 和小数记录法的数据 V 满足 $L = 5 + \lg V$ 。已知某同学视力的五分记录法的数据为 4.9，则其视力的小数记录法的数据约为 ($\sqrt[10]{10} \approx 1.259$)

- A. 1.5 B. 1.2 C. 0.8 D. 0.6

7. 在一个正方体中，过顶点 A 的三条棱的中点分别为 E, F, G 。该正方体截去三棱锥 $A-EFG$ 后，所得多面体的三视图中，正视图如右图所示，则相应的侧视图是



正视图

- A. B. C. D.

8. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $B = 120^\circ$ ， $AC = \sqrt{19}$ ， $AB = 2$ ，则 $BC =$

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{5}$ D. 3

9. 记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和。若 $S_2 = 4$ ， $S_4 = 6$ ，则 $S_6 =$

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

10. 将 3 个 1 和 2 个 0 随机排成一行，则 2 个 0 不相邻的概率为

- A. 0.3 B. 0.5 C. 0.6 D. 0.8

11. 若 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ， $\tan 2\alpha = \frac{\cos \alpha}{2 - \sin \alpha}$ ，则 $\tan \alpha =$

- A. $\frac{\sqrt{15}}{15}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$

12. 设 $f(x)$ 是定义域为 \mathbf{R} 的奇函数, 且 $f(1+x) = f(-x)$. 若 $f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$, 则 $f\left(\frac{5}{3}\right) =$

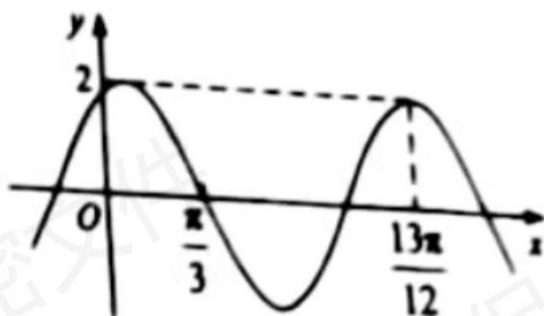
- A. $-\frac{5}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{5}{3}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若向量 a, b 满足 $|a| = 3, |a - b| = 5, a \cdot b = 1$, 则 $|b| =$ _____.

14. 已知一个圆锥的底面半径为 6, 其体积为 30π , 则该圆锥的侧面积为 _____.

15. 已知函数 $f(x) = 2 \cos(\omega x + \varphi)$ 的部分图像如图所示, 则 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) =$ _____.



16. 已知 F_1, F_2 为椭圆 $C: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的两个焦点, P, Q 为 C 上关于坐标原点对称的两点, 且 $|PQ| = |F_1F_2|$,

则四边形 PF_1QF_2 的面积为 _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

甲、乙两台机床生产同种产品, 产品按质量分为一级品和二级品, 为了比较两台机床产品的质量, 分别用两台机床各生产了 200 件产品, 产品的质量情况统计如下表:

	一级品	二级品	合计
甲机床	150	50	200
乙机床	120	80	200

合计	270	130	400
----	-----	-----	-----

- (1) 甲机床、乙机床生产的产品中一级品的频率分别是多少？
 (2) 能否有 99% 的把握认为甲机床的产品质量与乙机床的产品质量有差异？

附：
$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

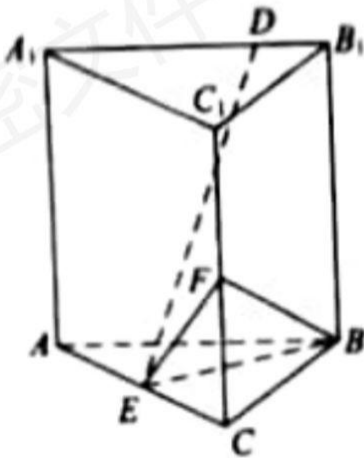
$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

18. (12 分)

记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $a_n > 0, a_2 = 3a_1$ ，且数列 $\{\sqrt{S_n}\}$ 是等差数列，证明： $\{a_n\}$ 是等差数列.

19. (12 分)

已知直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中，侧面 AA_1B_1B 为正方形， $AB = BC = 2$ ， E, F 分别为 AC 和 CC_1 的中点，
 $BF \perp A_1B_1$.



- (1) 求三棱锥 $F - EBC$ 的体积；
 (2) 已知 D 为棱 A_1B_1 上的点，证明： $BF \perp DE$.

20. (12 分)

设函数 $f(x) = a^2x^2 + ax - 3\ln x + 1$ ，其中 $a > 0$.

- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性；
 (2) 若 $y = f(x)$ 的图像与 x 轴没有公共点，求 a 的取值范围.

21. (12 分)

抛物线 C 的顶点为坐标原点 O . 焦点在 x 轴上, 直线 $l: x=1$ 交 C 于 P, Q 两点, 且 $OP \perp OQ$. 已知点 $M(2,0)$, 且 $\odot M$ 与 l 相切.

(1) 求 $C, \odot M$ 的方程;

(2) 设 A_1, A_2, A_3 是 C 上的三个点, 直线 A_1A_2, A_1A_3 均与 $\odot M$ 相切. 判断直线 A_2A_3 与 $\odot M$ 的位置关系, 并说明理由.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

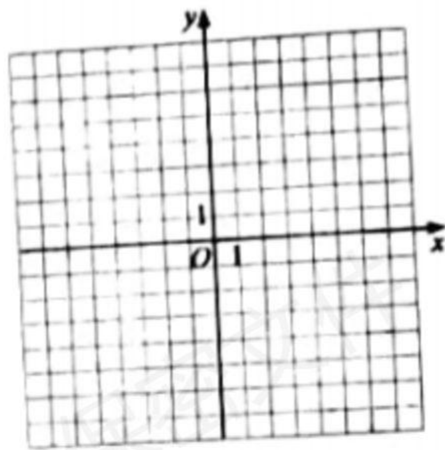
在直角坐标系 xOy 中, 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 2\sqrt{2} \cos \theta$.

(1) 将 C 的极坐标方程化为直角坐标方程;

(2) 设点 A 的直角坐标为 $(1,0)$, M 为 C 上的动点, 点 P 满足 $\overline{AP} = \sqrt{2}\overline{AM}$, 写出 P 的轨迹 C_1 的参数方程, 并判断 C 与 C_1 是否有公共点.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |x-2|, g(x) = |2x+3| - |2x-1|$.



(1) 画出 $y = f(x)$ 和 $y = g(x)$ 的图像;

(2) 若 $f(x+a) \geq g(x)$, 求 a 的取值范围.